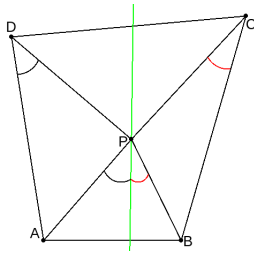


Kółeczko z zadankami 8.II.2010 — Rozwiązania

1. Por. zadanie 4 V OMG II stopień.

2. Mamy wobec nierówności między średnimi, że $(x + y + z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 9$, więc

$$xy + yz + zx = xyz \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = \sqrt{xyz} (x + y + z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 9 \sqrt{xyz}.$$



3. Wystarczy zauważyć z równości odpowiednich kątów zaznaczonych na rysunku, że dane okręgi są styczne do wspólnej prostej (zielonej).

4. Por. zadanie 5 V OMG II stopień.

5. Por. zadanie 3 LII OM II stopień.