Minimize $(x_1+x_2)^2 + (x_1-x_3)^2 + x_3^2$

Subject to

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

KKT conditions:

$$4x_1 + 2x_2 - 2x_3 - u - v_1 = 0$$

$$2x_1 + 2x_2 - u - v_2 = 0$$

$$-2x_1 + 4x_3 - u - v_3 = 0$$

$$x_1, x_2, x_3, v_1, v_2, v_3 \geq 0$$

$$x_1 v_1 = x_2 v_2 = x_3 v_3 = 0.$$

BV	x_1	x_2	x_3	u	v_1	v_2	v_3	RHS
ζ	5	5	3	-3	-1	-1	-1	1
ξ_1	(4)	2	-2	-1	-1			0
ξ_2	2	2		-1		-1		0
ξ_3	-2		4	-1			-1	0
ξ_4	1	1	1					1

BV	x_1	x_2	x_3	u	v_1	v_2	v_3	RHS
ζ		$\frac{5}{2}$	$\frac{11}{2}$	$-\frac{7}{4}$	$\frac{1}{4}$	-1	-1	1
x_1	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$			0
ξ_2		(1)	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1		0
ξ_3		1	3	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$		-1	0
ξ_4		$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$			1

BV	x_1	x_2	x_3	u	v_1	v_2	v_3	RHS
ζ			3	$-\frac{1}{2}$	-1	$\frac{3}{2}$	-1	1
x_1	1		-1		$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		0
x_2		1	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1		0
ξ_3			2	-1	-1	1	-1	0
ξ_4			1	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		1

BV	x_1	x_2	x_3	u	v_1	v_2	v_3	RHS
ζ				1	$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	1
x_1	1			$-\frac{1}{2}$	-1	1	$-\frac{1}{2}$	0
x_2		1			1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
x_3			1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
ξ_4				1	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	1

BV	x_1	x_2	x_3	u	v_1	v_2	v_3	RHS
ζ								
X_1	1				$-\frac{3}{4}$	1	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
X_2		1			1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
X_3			1		$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
u				1	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	1

Optimal solution

$X_1 = \frac{1}{2}$, $X_2 = 0$, $X_3 = \frac{1}{2}$.