Kółeczko z zadankami 9.II.2010

1. Czworościan foremny o krawędzi 1 przecięto płaszczyzną tak, że w przekroju otrzymano czworokąt. Jaki jest najmniejszy możliwy obwód tego czworokąta?

2. Iloma sposobami można rozbić liczbę $n = p_1^{\alpha_1} \cdot \ldots \cdot p_k^{\alpha_k}$ na iloczyn dwu czynników względnie pierwszych jeśli nie dbać o kolejność czynników ($p_1, \ldots, p_k$ oznaczają oczywiście parami różne liczby pierwsze, zaś $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ to liczby całkowite dodatnie)?

3. Danych jest 21 liczb rzeczywistych. Wiadomo, że suma każdych jedenastu spośród tych liczb jest większa od sumy pozostałych dziesięciu. Wykaż, że wszystkie te liczby są dodatnie.

4. Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD, w którym $\angle BAD = \angle ABC = 60^\circ$ oraz $CD < BC$. Na boku BC tego trapezu wybrano taki punkt E, że $EB = CD$. Wykaż, że $BD = AE$.

5. Na płaszczyźnie danych jest $2n$ różnych punktów: n z nich jest białych oraz n czarnych, gdzie n jest liczbą całkowitą dodatnią. Udowodnić, że można tak narysować n odcinków, o końcach w danych $2n$ punktach, aby końce były różnokolorowe oraz narysowane odcinki nie przecianały się.

Kółeczko z zadankami 9.II.2010

1. Czworościan foremny o krawędzi 1 przecięto płaszczyzną tak, że w przekroju otrzymano czworokąt. Jaki jest najmniejszy możliwy obwód tego czworokąta?

2. Iloma sposobami można rozbić liczbę $n = p_1^{\alpha_1} \cdot \ldots \cdot p_k^{\alpha_k}$ na iloczyn dwu czynników względnie pierwszych jeśli nie dbać o kolejność czynników ($p_1, \ldots, p_k$ oznaczają oczywiście parami różne liczby pierwsze, zaś $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ to liczby całkowite dodatnie)?

3. Danych jest 21 liczb rzeczywistych. Wiadomo, że suma każdych jedenastu spośród tych liczb jest większa od sumy pozostałych dziesięciu. Wykaż, że wszystkie te liczby są dodatnie.

4. Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD, w którym $\angle BAD = \angle ABC = 60^\circ$ oraz $CD < BC$. Na boku BC tego trapezu wybrano taki punkt E, że $EB = CD$. Wykaż, że $BD = AE$.

5. Na płaszczyźnie danych jest $2n$ różnych punktów: n z nich jest białych oraz n czarnych, gdzie n jest liczbą całkowitą dodatnią. Udowodnić, że można tak narysować n odcinków, o końcach w danych $2n$ punktach, aby końce były różnokolorowe oraz narysowane odcinki nie przecianały się.

Kółeczko z zadankami 9.II.2010

1. Czworościan foremny o krawędzi 1 przecięto płaszczyzną tak, że w przekroju otrzymano czworokąt. Jaki jest najmniejszy możliwy obwód tego czworokąta?

2. Iloma sposobami można rozbić liczbę $n = p_1^{\alpha_1} \cdot \ldots \cdot p_k^{\alpha_k}$ na iloczyn dwu czynników względnie pierwszych jeśli nie dbać o kolejność czynników ($p_1, \ldots, p_k$ oznaczają oczywiście parami różne liczby pierwsze, zaś $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ to liczby całkowite dodatnie)?

3. Danych jest 21 liczb rzeczywistych. Wiadomo, że suma każdych jedenastu spośród tych liczb jest większa od sumy pozostałych dziesięciu. Wykaż, że wszystkie te liczby są dodatnie.

4. Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD, w którym $\angle BAD = \angle ABC = 60^\circ$ oraz $CD < BC$. Na boku BC tego trapezu wybrano taki punkt E, że $EB = CD$. Wykaż, że $BD = AE$.

5. Na płaszczyźnie danych jest $2n$ różnych punktów: n z nich jest białych oraz n czarnych, gdzie n jest liczbą całkowitą dodatnią. Udowodnić, że można tak narysować n odcinków, o końcach w danych $2n$ punktach, aby końce były różnokolorowe oraz narysowane odcinki nie przecianały się.

Kółeczko z zadankami 9.II.2010

1. Czworościan foremny o krawędzi 1 przecięto płaszczyzną tak, że w przekroju otrzymano czworokąt. Jaki jest najmniejszy możliwy obwód tego czworokąta?

2. Iloma sposobami można rozbić liczbę $n = p_1^{\alpha_1} \cdot \ldots \cdot p_k^{\alpha_k}$ na iloczyn dwu czynników względnie pierwszych jeśli nie dbać o kolejność czynników ($p_1, \ldots, p_k$ oznaczają oczywiście parami różne liczby pierwsze, zaś $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ to liczby całkowite dodatnie)?

3. Danych jest 21 liczb rzeczywistych. Wiadomo, że suma każdych jedenastu spośród tych liczb jest większa od sumy pozostałych dziesięciu. Wykaż, że wszystkie te liczby są dodatnie.

4. Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD, w którym $\angle BAD = \angle ABC = 60^\circ$ oraz $CD < BC$. Na boku BC tego trapezu wybrano taki punkt E, że $EB = CD$. Wykaż, że $BD = AE$.

5. Na płaszczyźnie danych jest $2n$ różnych punktów: n z nich jest białych oraz n czarnych, gdzie n jest liczbą całkowitą dodatnią. Udowodnić, że można tak narysować n odcinków, o końcach w danych $2n$ punktach, aby końce były różnokolorowe oraz narysowane odcinki nie przecianały się.