

Le altre matematiche

Riccardo Cristoferi

Il contributo dei matematici indiani, arabi cinesi nella matematica di oggi è spesso ignorato o sottovalutato. Un breve excursus sulla storia della matematica di questi paesi ci permette di apprezzare queste culture. Possibili connessioni interdisciplinari con storia e geografia emergono spontaneamente.

Collegamenti intra e interdisciplinari

Le civiltà antiche (storia-geografia)

Sistemi di numerazione

Teorema Cinese dei Resti

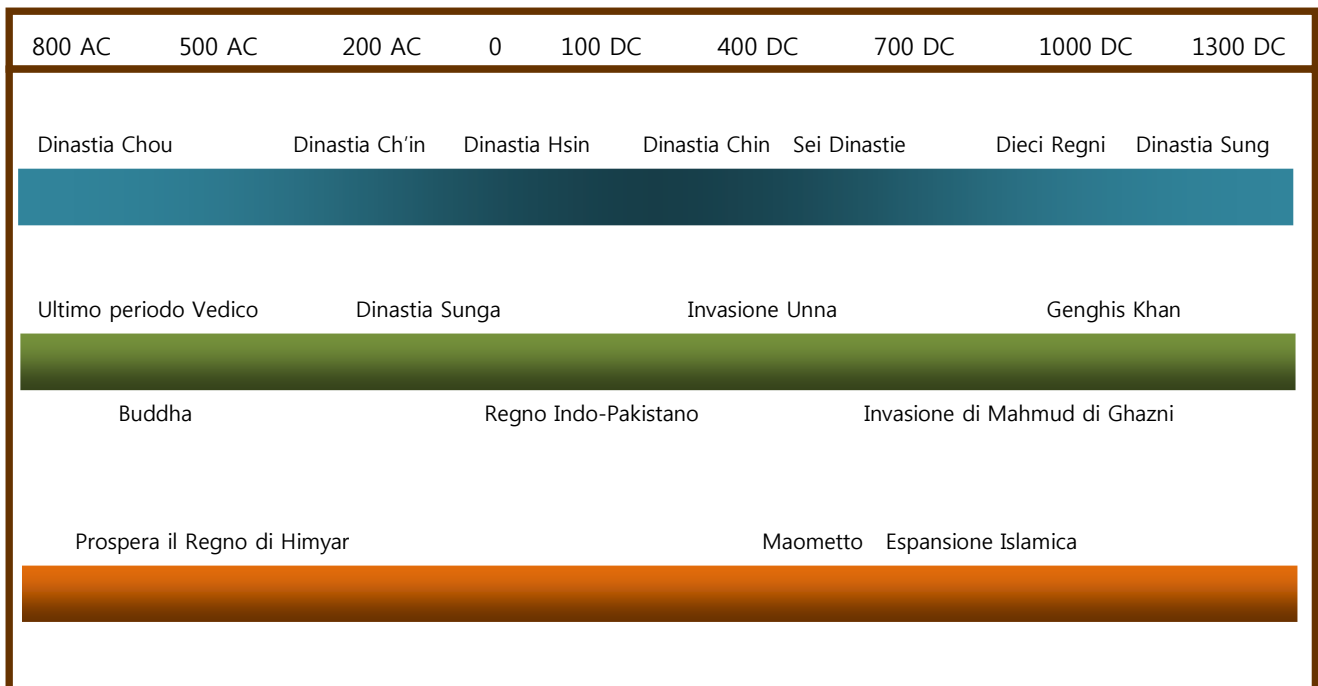
Quadrati magici

Triangolo di Pascal

Parole chiave: matematica cinese, indiana, araba, metodi di numerazione, Teorema di Pitagora, sistemi di equazioni

Vogliamo qui presentare un breve excursus sulla matematica sviluppata dall'antichità fino al medioevo da tre civiltà, quella cinese, quella indiana e quella araba. Questo perché il contributo di tali civiltà è stato ed è molto sottovalutato, tanto che addirittura molti risultati di matematici dovuti a tali civiltà sono stati erroneamente attribuiti a matematici occidentali di secoli molto più recenti. E' quindi doveroso avere almeno un'idea di quelli che sono stati i fondamentali contributi di queste civiltà alla matematica.

Per avere un'idea del periodo storico che stiamo trattando, ecco una linea del tempo molto abbozzata.



Approfondimenti

Storia della matematica: rimandiamo allo splendido 'A History of Mathematics' – 3° edizione - di Carl B. Boyer e Uta C. Merzbach – ISBN: 978-0-470-52548-7

Quadrati magici: http://it.wikipedia.org/wiki/Quadrato_magico

La matematica cinese

- **Zhoubi Suanjing (Chou Pei Suan Ching)**: il testo matematico più antico (circa 200 AC), riguardante calcoli astronomici, presentata un'introduzione alle proprietà del triangolo rettangolo, al Teorema di Pitagora e all'uso delle frazioni
- **Jiuzhang suanshu (Chui-chang suan-shu) [I Nove Capitoli dell'Arte Matematica]**: circa dello stesso periodo; 246 problemi di vita pratica (tra cui famosi i due qui riportati), studio di sistemi di equazioni lineari, anche indeterminati, veniva usato 3 come valore per π , studio dei quadrati magici
- due tipi di notazione per i numeri: moltiplicativa e posizionale in base 100 (detti **numeri bastoncino**), quest'ultima molto utile per fare velocemente i calcoli sulle tavole da calcolo
- frazioni: metodi per trovare il minimo comune multiplo e per eseguire le operazioni base
- numeri negativi studiata la loro algebra, ma non considerati come soluzioni valide di equazioni
- molti dubbi sull'entità di influenze esterne; in particolare la matematica cinese degli inizi si è sviluppata in maniera talmente differente da quelle sviluppate negli stessi periodi che, almeno all'inizio, tali influenze risultano inverosimili
- molto affascinati dal calcolo del valore di π : prime approssimazioni con $3,1547$, $92/90$, $142/145$, $\sqrt{10}$; nel terzo secolo **Liu Hui**, importante revisore dei *Nove Capitoli*, ottenne come valori 3.14 e 3.14159 tramite poligoni inscritti di 96 e 3072 lati, mentre **Zu Chongzi (430-501)** ottenne 3.1415927 e 3.1415926 come approssimazioni per difetto ed eccesso (in suo onore il suo nome venne dato ad un punto di riferimento sulla luna)
- tra il 900 AC e il 1200 AC non siamo a conoscenza di importanti scoperte matematiche cinesi, mentre in quello stesso periodo naquero la carta ed il compasso marino
- **Li Zhi (1192-1279)**: studioso eremita autore di **Ceyuan Hijing (Ts'e-yuan hai-ching)**, in cui sono presenti 170 problemi di circonferenze inscritte e circoscritte a triangoli rettangoli e studiando le relazioni tra i lati e i raggi; tali problemi portano ad equazioni di quarto e sesto grado, risolte con metodi di approssimazione
- **Qui Jiushao (1202-1261)**: autore del **Shushu Jiuzhang [Trattato Matematico in Nove Sezioni]** in cui estese il risultato, datato tra il 3° e il 5° secolo, di **Sun Tzu** oggi noto come **Teorema Cinese dei Resti**, che permette di risolvere sistemi di congruenze; inoltre, con un metodo simile a quello di **Horner**, trova la radice quadrata di 71824
- **Zhu Shijie (1270-1330)**: uno dei più grandi matematici cinesi dell'epoca, autore di due libri di testo, il più elementare **Suanxue qimeng (Suan-hsueh ch'i-meng) [Introduzione agli Studi Matematici]** del 1299 e il più importante **Siyuan yujian (Ssu-yuan yu-chien) [Lo Specchio di Giada delle Guattro Origini]** del 1303, che ebbe grande influenza in Korea e Giappone. In questo testo, picco dell'algebra cinese, vengono trattati sistemi di equazioni, addirittura di 14° grado, risolte con il metodo *fan fa*, che equivale a quello di Horner, somme di successioni (tutto senza dimostrazioni), triangolo di Pascal (già noto in Cina nel 1100). Interessante notare l'uso del simbolo per lo 0.

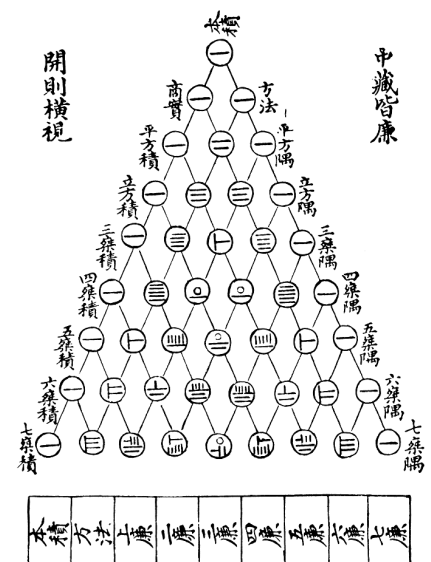
Il problema del bamboo rotto

Un bamboo alto 10 piedi si rompe, e la parte superiore cade a 3 piedi dal fusto. A che altezza è la frattura?

Problema cinese

Qual è la profondità di uno stagno quadrato con lato 10 piedi dove una canna che cresce nel centro ed esce di 1 piede dalla superficie dell'acqua raggiunge la superficie se tirata fino al bordo dello stagno?

圖方藥七法古



Triangolo di Pascal all'interno dello Specchio di Giada

La matematica indiana

- **Sulbasutras:** primi testi matematici a disposizione di origine indiana, datati nella prima metà del primo millennio AC, e facenti parte dei **Vedas** (testi religiosi in lingua sanscrita in versi); con tecniche per costruire altari a scopo religioso: metodi per costruire un angolo retto usando tre corde, tavole di terne pitagoriche, il Teorema di Pitagora, e metodi per trasformare forme curvilinee in rettilinee e viceversa
- **Siddhantas:** testi risalenti al 400 DC circa e riguardanti sistemi astronomici. In questi testi appare per la prima volta la **funzione seno** (il cui nome deriva dalla parola sanscrita *jiva*, che significa 'essere vivente individuale') definita come il rapporto tra la metà della corda e la metà dell'angolo ad essa sotteso.
- **Aryabhatiya:** breve volume in 123 strofe riguardante calcoli di astronomia e misurazioni matematiche scritto intorno al 499 BC da **Aryabhata**. Alterna affermazioni corrette e non, tutte senza dimostrazione e senza seguire un metodo deduttivo; nella prima parte vengono date formule per calcolare l'area e il volume di figure geometriche elementari, formule per la somma di successioni e soluzioni di proporzioni. La seconda parte invece tratta del calcolo del tempo e di trigonometria sferica con tavole dei valori del seno
- **Notazione posizionale decimale:** la nascita dell'attuale sistema di scrittura dei numeri è molto complicata; quello che è noto è che i tre passi necessari per arrivarci, ovvero sistema decimale, notazione posizionale e un simbolo per ogni cifra, sono nati (forse) indipendentemente in varie culture, ma poi (probabilmente) usati assieme per la prima volta dai matematici indiani
- per avere un'idea di quanto poco fosse considerata la cultura indiana, basti pensare che quando Giustiniano chiuse la scuola filosofica di Atene e molti studiosi si trasferirono in Siria e fondarono un centro di cultura greca, il vescovo siriano Severus Sebokt, irritato dal disdegno riguardo agli insegnamenti non greci, ricordò ai nuovi arrivati che "*ci sono anche altri che sanno qualcosa*".
- la matematica indiana è molto intuitiva e veniva studiata al di là dei problemi pratici che poteva risolvere
- interesse per la teoria dei numeri; in particolare sviluppati metodi simili ai nostri per eseguire le operazioni scritte in maniera molto rapida: moltiplicazione con il metodo **gelosia** e divisione con il metodo **galleria**

		3	7	1	
2	0	6	1	4	0
					2
4	1	2	2	8	0
					8
		1	5	5	

Moltiplicazione con il metodo *gelosia* di 42 per 371:
 i risultati delle moltiplicazioni tra le cifre vengono scritti nei quadrati, e poi vengono sommate le diagonali dall'alto a destra fino in basso a sinistra.
 Il risultato, 15582, si legge nel verso opposto.

- **Brahmagupta:** circa 628 DC; nei suoi scritti alternanza di risultati corretti e non; generalizzazione della formula di Erone per i quadrilateri ciclici, soluzioni di equazioni quadratiche (anche le soluzioni negative erano accettate), aritmetica dello 0, terne pitagoriche e soluzioni complete delle equazioni lineari Diofantee, studio di sistemi indeterminati, studio dell'**equazioni di Pell** ($x^2 = 1 + py^2$ con x e y interi, apparsa per la prima volta in un lavoro di Archimede)
- **Bhaskara:** matematico dominante del 1100 DC; sistemò errori nel lavoro di Brahmagupta e si occupò del problema della divisione per 0; il suo trattato più famoso è il **Lilavati** (dal nome della figlia) dove vengono studiate equazioni lineari e quadratiche, determinate ed indeterminate, problemi aritmetici e geometrici, studio dell'equazione di Pell
- **La scuola di Keralese:** importante gruppo di matematici del 1300 guidati da **Madhava**; quest'ultimo è famoso per l'espansione in serie del seno e del coseno (attribuite solitamente a Newton) e una serie per calcolare $\frac{\pi}{4}$ (attribuita a Leibnitz) e dell'arcotangente (attribuita a Gregory); inoltre calcolò correttamente π fino all'undicesima cifra decimale

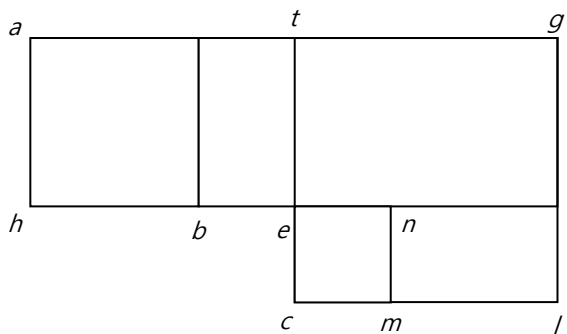
Il problema del bamboo – versione indiana di Bhaskara:

Un pavone è appollaiato sopra un pilastro vicino al quale c'è la tana di un serpente. Il pavone vede la tana ad una distanza dal pilastro che è 3 volte l'altezza del pilastro; se il pavone e il serpente si scagliano l'uno contro l'altro in linea retta si incontrano avendo percorso uguale distanza, a che distanza dalla tana si incontrano?

La matematica araba

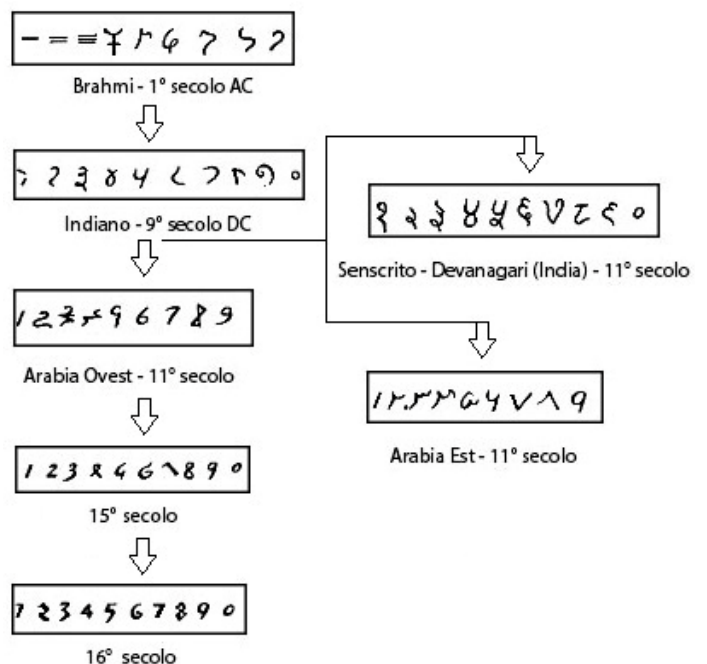
- Baghdad divenne nella seconda metà del 700 DC la nuova capitale della matematica con la fondazione della 'Casa della Saggezza', dove moltissimi testi antichi vennero tradotti in arabo. Sfortunatamente durante l'invasione mongola di Baghdad del 1200 DC, tali libri vennero gettati nel fiume
- **Al-Khwarizmi (780-850):** scrisse vari testi di matematica ed astronomia, due dei quali fondamentali per lo sviluppo dell'aritmetica e dell'algebra. Di questi uno sopravvive solo in una traduzione latina, una cui veloce lettura ha portato alla falsa idea che il nostro sistema di numerazione dovesse essere attribuito ad Al-Kuwarizmi. Il suo lavoro più importante è però l'*Hisob al-jabr wa'l muqabalah* (da cui deriva il nome algebra; *al-jabr* potrebbe significare 'completamento', in riferimento alla regola di sottrarre la stessa quantità da entrambi i membri di un'equazione), dove viene presentata un'esposizione elementare di algebra base senza l'uso di problemi complicati. In particolare vengono date tutte le soluzioni (strettamente positive, poiché i numeri negativi non venivano trattati e 0 non era considerata soluzione) delle equazioni di secondo grado e - retaggio greco - successivamente dimostrate tali tramite metodi geometrici.

Dimostrazione di Al-Khwarizmi che $x = 3$ è soluzione di $x^2+21=10x$:



1. il quadrato ab rappresenta x^2 , mentre bg è di area 21
2. dall'equazione segue che hd è 10
3. costruiamo e in modo tale che $he=ed$
4. costruiamo c in modo tale che $tc=tg$
5. l'area di tb è la stessa di quella di mg
6. l'area di tl è 25, da cui l'area di $tenmlg$ è 21
7. ne segue che nc ha area 4 e che ec è 2
8. da $ec=be$ e $he = 5$ otteniamo che $x = hb = 5.2 = 3$

- **Thabit ibn-Qurra (826-901):** prolifico scienziato che spaziava tra matematica, medicina ed astronomia, diede origine ad una importante tradizione di traduzioni dal greco e dal siriano, senza la quale molti dei lavori antichi (Archimede, Euclide, Tolomeo) non sarebbero mai giunti a noi. Inoltre Thabit suggerì anche correzioni e modifiche agli stessi lavori che traduceva. Diede una generalizzazione del Teorema di Pitagora valido per tutti i triangoli.
- **Abu'l-Wefa (940-998):** diede alla trigonometria una forma più sistematica, dimostrando molte formule
- **Ibn-Sina (980-1037):** dimostrò la prova del nove e diede contributi alla fisica e all'astronomia
- **Omar Khayyam (1050-1123):** noto in Occidente come scienziato ma in Oriente come poeta, studiò le soluzioni delle equazioni di terzo grado con metodi algebrici e geometrici (tramite intersezione di parabole e cubiche). Ricordiamo che non venivano ancora utilizzati i numeri negativi, e questo dava molte difficoltà dal punto di vista operativo. Nonostante ciò arrivò vicino alla definizione attuale di numero irrazionale e reale



Sviluppo della notazione posizionale